

डॉ. चंद्रकांत राजू

गणित को सामान्यतः एक कठिन विषय माना जाता है। अक्सर इसके लिए शिक्षकों को दोषी ठहराया जाता है या फिर विद्यार्थी स्वयं को ही दोषी मान लेते हैं। परंतु समस्या की जड़ की जाँच करने से पता लगता है कि वास्तविक समस्या विषय में ही अंतर्निहित है। इसलिए गणित-शिक्षण की समस्या का समाधान करने और इसका एक वैकल्पिक पाठ्यक्रम बनाने के लिए गणित के इतिहास और दर्शन को समझने की आवश्यकता है।

गणित की इन्हीं समस्याओं को रेखांकित करने के लिए हम यहाँ एनसीईआरटी की कक्षा छह से लेकर नौ तक की पुस्तकों का विश्लेषण करेंगे। ये सभी पुस्तकें सभी भाषाओं में एनसीईआरटी की वेबसाइट पर उपलब्ध हैं।¹ अंग्रेजी से विभिन्न भाषाओं में किया गया अनुवाद कई स्थानों पर समझ से बाहर है। उदाहरण के लिए हिंदी अनुवादों में ऐसे शब्दों का प्रयोग किया गया है जो कि हिंदी के शब्दकोषों में भी नहीं मिलते हैं।² इसलिए हम यहाँ अंग्रेजी पुस्तकों का ही उपयोग करेंगे। साथ ही चूँकि शिक्षा समवर्ती सूची का विषय है, इसलिए अनेक राज्यों में पुस्तकों में थोड़ा परिवर्तन मिलता है, परंतु वह अंतर काफी कम है और इस कारण उससे हमारे इस विश्लेषण के निष्कर्ष प्रभावित नहीं होते।

ज्यामिति का इतिहास और दर्शन

गणित को सार्वभौमिक मानना एक मिथक है। जैसे कि ग्रीक और रोमन अंक गणित में भिन्न लिखने की व्यवस्था नहीं थी।³ लेकिन रिंड पैपिरस और बर्लिन पैपिरस⁴ में दिए गए प्रश्नों से साबित होता है कि 3700 वर्ष पहले के गणित में भी भिन्न लिखे जाते थे। वर्ष 1575 में जब जेसुइट जेनरल क्रिस्टोफ कलैवियस⁵ ने यूरोप के जेसुइट पाठ्यक्रम में व्यावहारिक गणित का विषय जोड़ा, इसके लिए उसने भास्कराचार्य की लीलावती सरीखे पारंपरिक भारतीय ग्रंथों⁶ और दसवीं से 13 वीं

1 <http://ncert.nic.in/textbook/textbook.htm?iemh1=5-15>, See, also, related material (Appendix 1) on “proof in mathematics”.

2 Thus, consider the definition of "angle" in the class 6 text NCERT, गणित, <http://ncert.nic.in/textbook/textbook.htm?fhmh1=4-14>. (p. 85). The English text defines an angle as two straight lines (or rays) with a common initial point. The Hindi translation involves a peculiar word: उभयनिष्ठ to speak of the common initial point. The word is not found in common Hindi dictionaries.

3 See, e.g., video of talk at MIT, Cambridge, Mass, 'Calculus the real story', <https://www.youtube.com/IaodCGDjqzs>.

4 M. Clagett, *Ancient Egyptian science: A source book. Vol. 3. Ancient Egyptian mathematics*. American Philosophical Society, Philadelphia, 1999.

5 C. K. Raju, *Cultural Foundations of Mathematics*, Pearson Longman, 2007.

6 *Cultural Foundations of Mathematics*, cited above.

शताब्दी के बीच यूरोप में भारतीय अंकगणित लाने वाले अल-ख्वारिज्मी की पुस्तक हिसाब-अल-हिंद का उपयोग किया था. इसी से सामान्य यूरोपियों ने भिन्न लिखने की विधि सीखी.

इसी तरह सुतली या रस्सी से ज्यामिति करने की विधि हिंदुस्तान⁷ और मिस्र⁸ में प्रचलित थी. औपनिवेशिक शिक्षा प्रणाली ने इस विधि को बदल दिया और आज की तारीख में सभी बच्चे कंपास बॉक्स या ज्यामिति बॉक्स का इस्तेमाल करते हैं. यह तो सिर्फ सतह की बात है. इसके साथ साथ ज्यामिति की कई अवधारणाएं बदल जाती हैं. जैसे कि हिंदुस्तान में कोण शब्द का प्रयोग 18 वीं सदी के बाद ही शुरू हुआ. इसके पहले, वेद के जमाने से, चाप शब्द इस्तेमाल होता था. फर्क यह है कि कोण दो सरल रेखाओं से बनता है, जबकि चाप एक वक्र रेखा है जो सुतली से ही नापी जा सकती है, कंपास बॉक्स के किसी प्रकरण से नहीं. चाप 360 अंशों से ज्यादा हो सकता है जो कि दो सरल रेखाओं से बने कोण के लिए संभव नहीं है. चाप से रेडियन का मान आसानी से समझ में आ जाता है जो अक्सर ठीक से नहीं सिखाया जाता.

और गंभीरता से देखा जाए तो औपनिवेशिक शिक्षा प्रणाली चर्च की शिक्षा प्रणाली थी. केवल मिशनरी स्कूल ही नहीं. यूरोप के बड़े-बड़े विश्वविद्यालय. जैसे पैरिस, ऑक्सफर्ड और केंब्रिज. चर्च ने खड़े किए⁹ और सदियों तक पूरी तरह नियंत्रित किए. चर्च की संस्थाने ही यह शिक्षा हम तक लाई. आज भी कई प्रमुख कालेज चर्च की संस्थानें हैं, जैसे कि दिल्ली का स्टीफेंस कालेज या मुंबई का जविएर कालेज इत्यादि. हमने औपनिवेशिक शिक्षा विज्ञान के लिए चाही और यह भी माना की विज्ञान चर्च के खिलाफ है, लेकिन यह कभी नहीं पूछा कि चर्च की संस्थाएं यह शिक्षा हमारे लिए क्यों लायी. वास्तव में चर्च ने यह शिक्षा प्रणाली अपने फायदे के लिए बनायी थी, ना कि छात्रों के फायदे के लिए. लेकिन तकरीबन 200 साल में हमने यह एक बार भी नहीं सोचा कि इस शिक्षा प्रणाली में चर्च के अंधविश्वास और फरेब का जहर मिश्रित हो सकता है. कभी इस बात की जांच नहीं करी. क्या हम आज की तारीख में खुली जांच करने को तैयार हैं? उदहारण के लिए, आज सभी बच्चे अपने बर्थडे क्रिस्तानी कैलेंडर पर सीखते हैं, और उसके साथ साथ जुड़े अंधविश्वास भी, जैसे कि यीशु एक ऐतिहासिक व्यक्ति था. इस कैलेंडर से हमें आर्थिक नुकसान भी होता है क्योंकि हमारी अर्थव्यवस्था कृषि पर और कृषि बारिश पर टिकी है और क्रिस्तानी कैलेंडर में सावन भादो जैसा कोई बारिश का मौसम नहीं है.

7 S. N. Sen and A. K. Bag, *The sulbasutras*, Indian National Science Academy, Delhi, 1983

8 Clagett, cited above.

9 *Translations and Reprints from the Original Sources of European History*, No. 3, *The medieval student*, trans. Dana C. Munro, University of Pennsylvania Press, Philadelphia, 1897, Vol. II: No. 3, pp. 7-11. "Statutes of Gregory IX for the University of Paris, 1231."

लेकिन कभी किसी ने यह नहीं सोचा कि कुछ ऐसा ही गणित के साथ हो सकता है. चर्च ने अपने स्वार्थ के लिए गणित को मूल रूप से मरोड़ दिया. क्रुसेड के दौरान यूरोप के सबसे अमीर निवासी मुसलमान थे. उनकी दौलत हड़पने के लिए बलपूर्वक धर्मांतरण करने में चर्च विफल रहा. वे बाइबिल को भी सही नहीं मानते थे. केवल तर्क मानते थे. इसलिए चर्च ने इस्लामी अकली कलाम की नकल कर क्रिसतानी तर्कसंगत थियोलाॅजी (याने की भगवान ज्ञान) तैयार की.¹⁰ तर्क को अपनी विरासत बताने के लिए उसका ग्रीक मूल गढ़ा.

तर्क तो चर्च ने मान लिया लेकिन एक अजीबोगरीब तरीके से. तर्क के साथ अगर तथ्य जोड़ दें तो वह विज्ञान बन जाता है, और यह तो स्पष्ट है कि तथ्य चर्च की हठधर्मिता के खिलाफ है. इसलिए चर्च ने एक तथ्य विहीन तार्किकता का आविष्कार किया. अपने पादरियों को ऐसे तथ्य विहीन तरीके से तर्क करना सिखाने के लिए एक ज्यामिति की पुस्तक को पाठ्यपुस्तक बनाया जिसका लेखक यूक्लिड को ठहराया गया.¹¹

यही चर्च की विधि एनसीईआरटी ने अपने गणित के पाठ्यक्रम में अपनाई है. नवी कक्षा की पाठ्यपुस्तक में एक अध्याय है जिसका शीर्षक है “यूक्लिड की ज्यामिति”. बच्चों को फुसलाने के लिए पुस्तक उन्हें यूक्लिड का फर्जी और नस्लवादी चित्र भी दिखाती है. दरअसल यूक्लिड का कोई अस्तित्व ही नहीं है, और उसके नस्ल या अस्तित्व के लिए कोई प्राथमिक प्रमाण नहीं है. यह बात पश्चिम के विद्वान भी दो दशकों से मान चुके हैं.¹² इसलिए मैंने यूक्लिड के प्राथमिक प्रमाण के लिए ₹200000 का इनाम घोषित किया है,¹³ लेकिन पिछले एक दशक में प्रमाण देकर इनाम लेने वाला कोई ना मिला. एनसीईआरटी

10 C. K. Raju, “The Religious Roots of Mathematics”, *Theory, Culture & Society* 23 Jan-March 2006, Special Issue ed. Mike Featherstone, Couze Venn, Ryan Bishop, and John Phillips, pp. 95–97. Also, *Euclid and Jesus: how and why the church changed mathematics and Christianity across two religious wars*, Multiversity, 2012.

11 See the amended Cambridge exam regulations quoted in the book H. M. Taylor, *Euclid’s Elements of geometry*, Cambridge University Press, 1893. An extract is posted online at: <http://ckraju.net/geometry/cambridge-note.html>.

12 David Fowler, “What is known at present about the person Euclid? Nothing.” <http://mathforum.org/kb/thread.jspa?threadID=381990&messageID=1175734%#1175734>, Historia Matematica discussion list, 10 Nov 2002.

13 “Decolonising History: Goodbye Euclid!” Special lecture at Universiti Sains Malaysia, 22 July 2011. See, poster at <http://ckraju.net/blog/?p=63>. The prize for RM 10,000, had been announced earlier, but the video of the talk has the proof of its announcement in the presence of the Malaysian deputy education minister who chaired the talk. The video links have changed, and the video of the lecture “Goodbye Euclid” in 3 parts is now posted at Part 1: <https://www.youtube.com/watch?v=sEK1FCrLHjU>, Part 2: <https://www.youtube.com/watch?v=MFf5co3G3R8>, Part 3: <https://www.youtube.com/watch?v=zomZU949Cnw>.

का कहना है की प्राथमिक प्रमाण की कोई जरूरत ही नहीं है. अगर कोई मिथक पश्चिम की 10 पुस्तकों में पाया जाता है तो हिंदुस्तानी बच्चों के लिए के लिए उसमें विश्वास करना अनिवार्य है,¹⁴ और उसको चैलेंज करना और प्रमाण मांगना गुनाह है. औपनिवेशिक शिक्षा का मूल उद्देश्य पश्चिम में अंधविश्वास बिठाना था, और यही काम आज एनसीईआरटी पूरे जोर-शोर से कर रही है.

दरअसल इस अध्याय में एक नहीं दस झूठ है, हर तरह के देशज ज्ञान का तिरस्कार करना और पश्चिमी ज्ञान को श्रेष्ठ बताना चर्च के प्रचार का अहम हिस्सा था. ठीक यही काम आज एनसीईआरटी अपनी गणित की पुस्तक में कर रही है. बच्चों को सिखाया जाता है कि दुनिया भर में विकसित ज्यामिति निम्न कोटि की थी क्योंकि वह महज व्यावहारिक थी. यह भी सिखाया जाता है की केवल ग्रीक ज्यामिति उच्च कोटि की थी क्योंकि केवल वह तर्क पर आधारित थी. यह दावा कई झूठों पर आधारित है.

यह बात तो सरासर झूठ है की तर्क पर ग्रीक का या चर्च का कोई एकाधिकार था. असली अरस्तु के पहले से भी बुद्ध के जमाने पहले से चले आ रहे (लोकायत को छोड़) सभी हिंदुस्तानी दर्शन तर्क पर आधारित प्रमाण को मानते हैं. लेकिन हिंदुस्तानी दर्शन और गणित दोनों ही तर्क के साथ साथ प्रत्यक्ष प्रमाण भी मानते हैं, ठीक वैसे जैसे आज विज्ञान मानता है. ऐसे प्रमाण का उपयोग हिंदुस्तानी गणित में भी पाया जाता है. दूर के झाड़ दिखाई नहीं देते हैं, चाहे वह कितने ही ऊंचे क्यों न हो,¹⁵ और क्षितिज गोलाकार है. इस अवलोकन से आर्यभट्ट ने निष्कर्ष निकाला कि पृथ्वी कदंब के फूल के समान गोल है.¹⁶ यह निगमन था, उसने अंतरिक्ष में जा कर पृथ्वी को प्रत्यक्ष नहीं देखा. लेकिन निगमन का आधार प्रत्यक्ष था, कोई परिकल्पना नहीं. इसी प्रकार "पाइथागोरियन प्रमेय" के हिंदुस्तानी सबूत¹⁷ में दोनों प्रत्यक्ष और तर्क का इस्तेमाल है. और याद

14 "NCERT unable to produce evidence for Euclid" <http://ckraju.net/blog/?p=173>, and "Second grievance against NCERT", <http://ckraju.net/blog/?p=175>.

15 लल्ल, शिष्यधीवृद्धिद, chp. 20, मिथ्याज्ञाननिराकरणम्

16 आर्यभटीय, गोलपाद, 6-7 compares the earth to a kadamba flower and asserts it stands supportless in space.

17 C. K. Raju, "Computers, Mathematics Education, and the Alternative Epistemology of the Calculus in the YuktiBhāsā", *Philosophy East and West*, 51:3 (2001) pp. 325–362. <http://ckraju.net/papers/Hawaii.pdf>. Also "Mathematics and Culture", in *History, Culture and Truth: Essays Presented to D. P. Chattopadhyaya*, ed. Daya Krishna and K. Satchidananda Murthy, Kalki Prakash, New Delhi, 1999, pp. 179–193.

रहे कि चर्च के गणित में प्रत्यक्ष प्रमाण वर्जित है, हालांकि एनसीईआरटी की पुस्तकों में इस बात को स्पष्ट रूप से कभी नहीं समझाया जाता है, ताकि सारे बच्चे बहकावे में रहे.

यह भी बात झूठी है कि किसी ग्रीक ग्रंथ में प्रत्यक्ष को वर्जित कर पूरी तरह से निगमन पर आधारित कोई भी सबूत मिलता है.¹⁸ यानी कि यूक्लिड के ग्रंथ में "पाइथागोरियन प्रमेय" का जो सबूत मिलता है वह हिंदुस्तानी सबूत से कोई अलग सिद्धांत पर आधारित नहीं है, जैसा कि झूठा दावा एनसीएआरटी की नवी की पुस्तक करती है. यह भी झूठ है कि इस ग्रंथ के लेखक का ऐसा कोई इरादा था हालांकि यह झूठ केंब्रिज के पाठ्यक्रम में सदियों तक घुसा रहा.¹⁹ इस ग्रंथ के भाष्यकार प्रोकलू विस्तार से वही पुरानी बात समझाते हैं.²⁰ अफलातून के जमाने से ग्रीक ने ज्यामिति को मजहब और आत्मा से जोड़ा. (इस बात को कोई भी दो मिनट में चेक कर सकता है क्योंकि अफलातून के मेनो जैसे लेख ऑनलाइन मिलते हैं.²¹) लेकिन ग्रीक पद्धति में ज्यामिति के मजहब से मिले होने की बात एनसीईआरटी हमारे बच्चों को भूलकर भी नहीं सिखाती है. पूरी तरह से निगमन पर आधारित सबूत केवल बीसवीं सदी के बाद ही मिलते हैं.

प्रत्यक्ष को वर्जित कर निगमन करने से क्या फायदा होता है यह बात एनसीईआरटी समझाने में असमर्थ है. सच तो यह है कि इस विधि से कोई भी बकवास प्रमेय को साबित किया जा सकता है. जैसे कि

- (१) सभी जानवर के दो सींग होते हैं.
- (२) खरगोश एक जानवर है.
- (३) इसलिए खरगोश के दो सींग होते हैं.

निगमन यानी डिडक्शन एकदम सही है, लेकिन निष्कर्ष गलत है, और उसका सच्चाई से कोई ताल्लुक नहीं है. इस बकवास का डिडक्टिव प्रमाण दो प्रतिज्ञाओं पर आधारित है जिसमें से पहली प्रतिज्ञा कि सभी जानवर के दो सींग होते हैं, गलत है. यह गलत इसलिए है कि हम प्रत्यक्ष देख सकते हैं कि

18 B Russell, The Teaching of Euclid, *The Mathematical Gazette* 2 (33) (1902), pp. 165-167.

<http://ckraju.net/geometry/Bertrand%20Russell%20on%20Euclid.htm>,

19 <http://ckraju.net/geometry/cambridge-note.html>.

20 Proclus, *A Commentary on the First Book of Euclid's Elements*, trans. Glenn R. Morrow, Princeton University Press, Princeton, New Jersey, 1970, p. 38.

21 Plato, *Meno*, trans. B. Jowett, available online at the Internet Classics Archive,

<http://classics.mit.edu/Plato/meno.html>. (Search for the fourth occurrence of "soul", or see the exposition in *Euclid and Jesus*, cited above.)

कई एक जानवर ऐसे हैं जिनके सींग नहीं हैं। लेकिन पश्चिमी औपचारिक गणित (formal mathematics) में प्रत्यक्ष पूरी तरह से वर्जित है तो हमें यह बात कैसे पता चलेगी? रसेल का कहना है कि डिडक्टिव प्रमाण किन्हीं भी प्रतिज्ञाओं से शुरू हो सकता है जो हमें दिलचस्प (amusing) लगती हैं,²² और मुझे सभी जानवर के दो सींगों की बात अत्यंत दिलचस्प लगती है। लोकायत की आलोचना सही थी की निगमन से प्राप्त ज्ञान सरासर गलत हो सकता है। वह वैध ज्ञान नहीं है।

जैसे कि एनसीईआरटी की ९वीं की पुस्तक सही समझाती है आज की तारीख में “स्वयंसिद्ध” कुछ नहीं है और सब कुछ परिकल्पना पर आधारित है। निगमन का निष्कर्ष सही है या गलत है इसके लिए कम से कम परिकल्पना गलत है या सही इस की जांच आवश्यक है। लेकिन ऐसी जांच हो नहीं सकती क्योंकि चर्च के गणित में परिकल्पना में भी प्रत्यक्ष वर्जित है। उदाहरण के लिए एनसीईआरटी की छठी की पाठ्यपुस्तक यह समझाती है की ज्यामिति के बिंदु अदृश्य होते हैं। और ९वीं की पुस्तक यह परिकल्पना रखती है की दो अदृश्य बिंदुओं को एक ही अदृश्य सरल रेखा से जोड़ा जा सकता है। भला इन अदृश्य बातों की जांच कैसे की जाए? अगर दोनों बिंदु दिखते हैं तो यह परिकल्पना गलत है क्योंकि उनको एक से ज्यादा सरल रेखा से जोड़ा जा सकता है। इसी तरह की बहुत सारी गैर भौतिक परिकल्पनाएं हैं, जैसे की सरल रेखा अनंत है। यह हमें कैसे मालूम? शायद ब्रह्मांड ही सीमित है, तो ऐसी गैर भौतिक परिकल्पना का सत्यापन किसी प्रत्यक्ष प्रमाण से नहीं केवल आधिकारिक रूप से किया जा सकता है। यह चर्च के लिए बहुत सुविधाजनक था क्योंकि आधिकारिक रूप से कुछ भी बकवास को सत्य स्थापित किया जा सकता है। उदाहरण के लिए ऐसा अक्विनास ने किया。²³ उसने यह स्थापित किया कि एक पिन के सर पर बहुत सारे एंजल बैठ सकते हैं क्योंकि उसकी परिकल्पना में एंजल ज्यामितीय बिंदु के समान कोई जगह नहीं लेते।

चर्च का मकसद कुछ भी रहा हो, हम आज की तारीख में गणित विज्ञान और तकनीकी के लिए सीखते हैं या इस तरह के बकवास के लिए? और अगर विज्ञान के लिए सीखते हैं, जो खुद ही प्रत्यक्ष पर आधारित है, तो प्रत्यक्ष को वर्जित करने का क्या फायदा है?

फायदा तो नजर नहीं आता है लेकिन नुकसान जाहिर है। भला अदृश्य बिंदु के बारे में बच्चा कैसे समझ सकता है? कुछ इसी तरह एक और एक दो होते हैं यह हम बच्चे को प्रत्यक्ष के सहारे सिखाते हैं। जैसे कि एक संतरा और एक संतरा मिलकर दो संतरे होते हैं। यह बात बच्चा आसानी से समझ जाता है। लेकिन प्रत्यक्ष को वर्जित कर इसी बात का सबूत देने में रसेल और वाइटहेड को 378 पेज लगे। जाहिर है कि इस तरीके से बच्चों को अंकगणित नहीं सिखाया जा सकता। यह

22 Bertrand Russell, “Mathematics and the metaphysicians”, in *Mysticism and Logic and other essays*, George Allen and Unwin, 1918, 2nd paragraph (labeled 75).

23 Thomas Aquinas, *Summa Theologica*, First Part, Q. 52, article 3.
<http://www.newadvent.org/summa/1052.htm#article3>.

भी जाहिर है कि इस तरह से अंक गणित सिखाने में कुछ भी व्यावहारिक लाभ नहीं है. किराने की दूकान में रोज के लेन देन के लिए अंकों को प्रत्यक्ष से जोड़ना ज़रूरी है. लेकिन प्रत्यक्ष को वर्जित कर देने से गणित अत्यधिक कठिन हो जाता है और उसके व्यवहारिक उपयोग में कोई इजाफा नहीं होता. लेकिन आगे चलकर कैलकुलस इत्यादि इसी तरह से गैर भौतिक विधि से सिखाए जाते हैं. इसलिए वह ज्यादातर विद्यार्थियों के लिए बहुत कठिन बन जाते हैं. इसका सरल उपाय यह है कि हम हिंदुस्तानी या साधारण गणित की विधि से प्रत्यक्ष को मान ले. और ज्यामिति कैलकुलस इत्यादि हिंदुस्तानी विधि से करें जैसा कि कई देशों में पिछले एक दशक में शैक्षणिक प्रयोग कर दर्शाया जा चुका है.²⁴

लेकिन चर्च के अंधविश्वास औपनिवेशिक शिक्षा पाए लोगों को जकड़ के पकड़ लेते हैं. और हमारा एनसीईआरटी उसी पर टिका हुआ है. दोनों विधियों की तुलना तो दूर, सार्वजनिक बहस से कतराता है, पश्चिम में अंधविश्वास सिखाने पर तुला हुआ है.

वैसे भी निगमन में कई तरह की खामियां हैं और गलतियां आसानी से हो सकती हैं . एनसीईआरटी के किसी प्रोफेसर ने $1+1=2$ के 378 पेज का प्रूफ नहीं पढ़ा है. इसलिए वह अपने ज्ञान पर नहीं कह सकते कि इसमें कोई भी गलती नहीं है. औपचारिक गणित में पूर्ण संख्या 1 और "वास्तविक संख्या" 1 के बीच बहुत फर्क है. और अगर "वास्तविक संख्या" में $1+1=2$ का निगमन पर आधारित सबूत, रसेल के सामान मूल सिधान्तों से मांगे, तो इसमें 1000 पन्ने भी लग सकते हैं और 2000 गलतियाँ हो सकती हैं. . शतरंज का खेल पूरी तरह से निगमन पर आधारित है. लेकिन दुनिया का अच्छे से अच्छा खिलाड़ी हर बार मशीन से हार जाता है इसलिए कि निगमन में गलती हमेशा करता है. तो यह कहना कि निगमन में गलती नहीं होती है महज अंधविश्वास है.

प्रत्यक्ष प्रमाण में गलती हो सकती है, यह सब मानते हैं. लेकिन इतनी गलतियाँ नहीं होती.

निगमन में गलती के और भी कई स्रोत हैं. पश्चिम अथवा चर्च की नूतनता और अन्धविश्वास इसमें है कि वे मानते हैं कि प्रत्यक्ष प्रमाण को खारिज कर देने से सब गलतिय खत्म हो जाएँगी.

पश्चिम में यह चर्च का अंधविश्वास रहा कि तर्क यानी लॉजिक सार्वभौमिक है क्योंकि गॉड भी इससे बंधा है, इसलिए फॉर्मल गणित के सभी प्रमाण बायनरी लॉजिक पर आधारित हैं. हिंदुस्तान

24 C. k. Raju, "Decolonising mathematics", *AlterNation* 25(2) (2018) pp. 12-43b. <https://doi.org/10.29086/2519-5476/2018/v25n2a2>.

में न्याय तथा वैशेषिक दर्शन प्रणाली में यह लॉजिक मिलता है. लेकिन हिंदुस्तान में असली अरस्तु के पहले से भी और भी अलग-अलग किस्म के लॉजिक पाए जाते हैं जैसे कि बौद्ध चतुष्कोटि, जैन स्यादवाद स्यादवाद इत्यादि. तो सांस्कृतिक तौर पर लॉजिक सार्वभौमिक नहीं है. तो असली बात यह निकलती है कि लॉजिक का आधार भी प्रत्यक्ष प्रमाण ही हो सकता है. अगर प्रत्यक्ष से देखा जाए तो हमें क्वांटम लॉजिक के बारे में भी सोचना होगा. तो लॉजिक का आधार भी प्रत्यक्ष प्रमाण ही हो सकता है और इसलिए लॉजिक बायनरी होना जरूरी नहीं है, जैसे पश्चिम के गणित दर्शन ने गलत माना है. इसलिए भी निगमन प्रत्यक्ष प्रमाण से कमजोर है.²⁵

औपनिवेशिक शिक्षा प्रणाली के बचाव में और किसी भी तरह के बदलाव के खिलाफ कुछ आम आपत्तियां उठाई जाती हैं. उपनिवेशवाद दुनिया भर में फैला और उसने चर्च की शिक्षा को वैश्विक बना दिया. और औपनिवेशिक शिक्षा की सबसे बड़ी सीख यह है कि हमें हमेशा पश्चिम की नकल करना चाहिए. इसलिए यह कहा जाता है कि ऐसा गणित का पाठ्यक्रम वैश्विक है इसलिए हमें भी इसकी अंधी नकल करना चाहिए, अपना दिमाग हरगिज़ नहीं लगाना चाहिए. लेकिन कोई चीज वैश्विक होने से सार्वभौमिक या सही नहीं हो जाती. जैसे कि क्रिस्तानी कैलेंडर वैश्विक हो गया है, लेकिन यह कैलेंडर पिछड़ा होने के कारण पूर्णिमा और अमावस्या नहीं बताता है. हमारे होली और दीपावली जैसे त्योहार पूर्णिमा और अमावस्या को ही आते हैं, जोकि हिंदुस्तानी पंचांग सही दर्शाता है. हमारी अर्थव्यवस्था कृषि पर टिकी है तो हमें बारिश के मौसम {सावन और भादो} के बारे में जानना जरूरी है जोकि क्रिस्तानी कैलेंडर नहीं दर्शाता है.²⁶ हमें वैश्विकता को नहीं हमारी आवश्यकताओं को देखना है. इसके लिए हमें सभी देशज चीजों को हीन भावना से देखने की औपनिवेशिक मानसिकता छोड़नी पड़ेगी.

दूसरी आम आपत्ति उठाई जाती है कि आज का गणित जैसा भी है वह काम करता है और आदमी को चांद तक पहुंचा देता है. यह भी सरासर गलत है. रॉकेट का प्रक्षेपण जानने में पश्चिमी औपचारिक गणित के “वास्तविक संख्या” जैसे गैर भौतिक तत्व की कोई भूमिका नहीं है. यह संख्यात्मक विधि से कंप्यूटर पर किया जाता है जो “वास्तविक संख्या” जैसी गैर वास्तविक चीजें

25 C. k. Raju, Logic, in *Encyclopedia of Non-Western Science, Technology and Medicine*, ed. Helaine Selin, Springer, 2008, 2014, 2016. pp. 2564–2570. <http://ckraju.net/papers/Nonwestern-logic.pdf>.

26 C. K. Raju. “A tale of two calendars”, in *Multicultural knowledge and the university*, ed. Claude Alvares, Multiversity, 2014, pp. 112-119. See also video at <https://www.youtube.com/MvpuC7Dg4e0>.

इस्तेमाल नहीं कर सकते.²⁷ इसी संख्यात्मक विधि से आर्यभट्ट ने कैलकुलस का आविष्कार किया था. लेकिन औपनिवेशिक शिक्षा नकल करने का पाठ इतनी गहराई से सिखाती है कि आज की तारीख में हम किसी वैकल्पिक गणित की चर्चा तक नहीं कर सकते. वैसे पिछले दशक में किए गए शैक्षिक प्रयोगों में यह स्थापित किया गया है कि हिंदुस्तानी विधि से कैलकुलस पढ़ाने में विद्यार्थियों का लाभ होता है और वह कैलकुलस के ऐसे कठिन सवाल हल कर लेते हैं जो कि आज की तारीख में सामान्य पाठ्यक्रम में नहीं सिखाए जाते हैं. लेकिन औपनिवेशिक मानसिकता के लोग नकल नहीं करने से बहुत ज्यादा डरते हैं, क्योंकि अंधी नकल करने का पाठ उन्हें बचपन से ठोक ठोक कर सिखाया गया है. इस अंधविश्वास के कारण अपना ही नुकसान करने पे तुले हुए हैं.

औपनिवेशिक शिक्षा गुलामी की तालीम है. यह बच्चों को केवल नकल करना सिखाती है. और क्या यही हमारा एनसीईआरटी और सरकार भी चाहते हैं? नहीं तो विकल्प पर चर्चा करना जरूरी है और इससे कतराना नहीं चाहिए.

क्योंकि खुली चर्चा नहीं हो पाती है और विद्यार्थियों को कक्षा में सवाल उठाने से हतोत्साहित किया जाता है, इसलिए एनसीईआरटी के ज्यामिति के पाठ्यक्रम के भीतर गजब अंतर्विरोध छुप जाता है. आज की तारीख में एनसीईआरटी की पाठ्यपुस्तक SAS (side angle side) परिकल्पना सिखाती है. कई दशक पहले (जब मैंने स्कूल में ज्यामिति सीखी) यह SAS प्रमेय था. प्रमेय से परिकल्पना में इसलिए बदल गया कि इसका मूल सबूत ("यूक्लिड" की किताब में) प्रत्यक्ष प्रमाण पर आधारित था, जैसे कि रसेल और हिलबर्ट ने समझाया. हम एक त्रिभुज को लेकर दूसरे त्रिभुज के ऊपर रखते हैं और प्रत्यक्ष देखते हैं कि दोनों त्रिभुज बराबर हैं. रसेल और हिलबर्ट ने इसे अमान्य कहा सिर्फ इसलिए कि औपचारिक गणित में प्रत्यक्ष प्रमाण वर्जित है. और आज हम इसकी अंधी नकल करते हैं.

लेकिन कंपास बॉक्स से किसी रेखाखंड की लंबाई नापने की विधि भी प्रत्यक्ष पर आधारित है. हम स्केल लेकर (दृश्य) रेखाखंड के ऊपर रखते हैं और देख कर ही लंबाई नापते हैं. अगर प्रत्यक्ष अमान्य है तो कंपास बॉक्स भी अमान्य होना चाहिए, और लंबाई नापना भी अमान्य होना चाहिए.

27 See, e.g., hawaii paper on 'Computers, math education,...', cited above.

और हिलबर्ट की ज्यामिति²⁸ इसलिए synthetic कहलाई जाती है कि इसमें लंबाई नापना अमान्य है. लेकिन ऐसा कर देने से प्रत्यक्ष के वर्जित होने की बात खुलेआम सामने आ जाएगी और एनसीईआरटी इसे छुपाना चाहता है क्योंकि ऐसी ज्यामिति की व्यवहारिकता पर सवाल खड़ा हो जाएगा. इसलिए एनसीईआरटी की पाठ्यपुस्तक चर्च के तरीके से अंतर्विरोध को निगल जाती है. SAS परिकल्पना है प्रमेय नहीं क्योंकि प्रत्यक्ष अमान्य है. लेकिन लंबाई नापने के लिए प्रत्यक्ष मान्य है. याने की एनसीईआरटी के लिए प्रत्यक्ष मान्य भी है और अमान्य भी. निगमन का यह सिद्धांत है कि ऐसे अंतर्विरोध से कुछ भी बकवास साबित किया जा सकता है.

खुली चर्चा करने से ऐसी कई सारी दिक्कतें सामने आ जाएंगी जिन पर एनसीईआरटी के "एक्सपर्ट" ध्यान नहीं देते हैं, या समझते नहीं हैं. जैसे कि एनसीईआरटी की छटी की पुस्तक सरल रेखा की परिभाषा ऐसे करती है कि वह दो बिंदुओं के बीच सबसे छोटी लंबाई की रेखा है. लेकिन वक्र रेखा की लंबाई कैसे नापते हैं यह नहीं समझाती. अगर यह प्रत्यक्ष रूप से सुतली के सहारे किया जाता है तो कई सवाल उठते हैं. पहली बात तो यह की परिभाषा में ही अगर प्रत्यक्ष आ जाता है तो प्रत्यक्ष को वर्जित करने का सवाल ही नहीं उठता है, और फिर SAS प्रमेय क्यों न माना जाए. दूसरी बात यह की प्रत्यक्ष अगर लंबाई नापी जाए तो इसे असली दुनिया में कहीं ना कहीं करना होगा. कहां? अगर पृथ्वी की सतह पर है तो सबसे छोटी लंबाई की रेखा हरगिज सरल रेखा नहीं है, क्योंकि पृथ्वी गोल है. यही निष्कर्ष अंतरिक्ष में भी लागू होता है. जाहिर है की प्रत्यक्ष को वर्जित करने से कई सारी कठिनाइयां आ जाती हैं.

तो प्रत्यक्ष को वर्जित करने में क्या फायदा है? सिर्फ नुकसान ही नुकसान दिखाई देता है. तो फिर हम क्यों ना अपनी पुरानी विधि से सुतली के सहारे प्रत्यक्ष ज्यामिति सिखाएं? ऐसा करना कोई बहुत कठिन काम नहीं है. मैंने पारंपरिक रज्जू गणित पर आधारित एक पाठ्यपुस्तक तैयार करी है.²⁹ इससे कई और फायदे हैं. लेकिन यह सब बात तभी सामने आ सकती है जब एनसीईआरटी अपनी अंधी नकल की जिद छोड़ कर खुली चर्चा के लिए तैयार होता है.

28 D. Hilbert, *Foundations of Geometry*, trans. E. J. Townsend, Open Court, La Salle, 1950.

29 C. K. Raju, *Rajju Ganita: String geometry for class IX*. See cover <http://ckraju.net/geometry/Rajju%20Ganita%20cover-front-back-r.pdf>, table of contents <http://ckraju.net/geometry/Rajju-Ganit-toc.pdf>, and draft teacher's manual, <http://ckraju.net/geometry/Rajju-ganit-draft-teacher-manual.pdf>. For details of pedagogical experiments, and teacher-training workshops, see e.g., the poster at <http://ckraju.net/blog/?p=155>, and the media reports at <http://ckraju.net/blog/?p=156>.

जब तक ऐसा नहीं होता हमारे लाखों करोड़ों विद्यार्थी आज भी औपनिवेशिक "शिक्षा" की गुलामी की तालीम के शिकार बने रहेंगे'

लेखक भारतीय उच्च अध्ययन संस्थान में टैगोर फेलो हैं.